

应用“仓室”数学模型对黄瓜霜霉病发生程度的预测研究

王正旭, 姜双林, 陈红

(陇东学院, 甘肃 庆阳 745000)

摘要:应用“仓室”数学模型建立黄瓜霜霉病发病趋势自回归模型,以预测黄瓜霜霉病的发病规律。黄瓜霜霉病的一阶自回归模型为 $I(t+1) = 0.0061I(t)(100 - I(t)) + 0.9965I(t) + 0.9084$ 。通过验证,计算预测值及其 95% 的可信限,预测值与观测值残差平方和为 435.9796。

关键词:“仓室”数学模型;霜霉病;预测

中图分类号: S 436.421.1⁺1 文献标识码: A 文章编号: 1001-0009(2008)03-0212-02

霜霉病是黄瓜等许多蔬菜栽培中常遇到的主要病害^[1],现搜集 2001 年庆城县蔬菜基地春季黄瓜霜霉病发病资料,建立发病趋势自回归模型,旨在探索自回归模型在黄瓜霜霉病预测中的效果,为及时加强防治措施提供信息。

1 模型构造

在传染病动力学中,长期以来主要应用的数学模型是所谓的“仓室”(compartment)模型,其基本思想由 Kermack 与 Mckendrick 创立于 1927 年,至今仍被广泛使用,该思想的有关概念、模型、结论不但适用于人,也同样适用于其他生物种群的流行性病害的预测^[2-5]。因此对于黄瓜霜霉病流行规律的探索^[6-7],该研究尝试借鉴传染病模型(SIR)建立其发病趋势的微分模型。在传染病常微分 SIR 模型中,将观察对象分为 3 类(即 3 个仓室):

(1)易感者(susceptibles):其数量记为 $S(t)$,表示 t 时刻未染病但有可能被该类传染病传染的观察对象数。

(2)染病者(infectives):其数量记为 $I(t)$,表示 t 时刻已被感染成患病者而且具有传染力的观察对象数。

(3)移出者(removed):其数量记为 $R(t)$,表示 t 时刻已从染病者类移出的观察对象数,包括感染后已恢复并获得免疫者或因患该病而死亡者。

如果再增加一类处于潜伏期的感染而未发病者(exposed hosts),可组成更为复杂的 SEIR 模型(病愈后获得终身免疫力),或 SEIRS 模型(病愈后未获得终身免疫力)。在建立模型时,可以结合实际情况,根据能够获得的资料,建立能够反映疾病基本流行规律的模型。

在实际生产上的黄瓜品种中,目前还没有明显的抗病品种,各品种的黄瓜霜霉病发病和流行程度差异不明

显,决定该病流行速率的主要因子有降雨、温度、湿度等气象因子,因此没有发病的观察单位(即健康植株)均可以看作易感者;如果没有外力(如用药或拔除病株等)的作用,还未看到有关黄瓜在感染霜霉病之后能够自愈的报道,据此可以在黄瓜霜霉病的发病预测中,不考虑治愈免疫移出者,只考虑已感染者(已发病的病株)和未感染者(未发病的植株)2 类。

“仓室”模型理论的建立是基于 3 个基本假设:(1)试验总观察单位数(即调查的株数)为有限个;(2)不考虑有病的观察单位(即病株)对病害的免疫或自愈问题;(3)不使用治疗霜霉病的药物或人工拔除病株等。

该次建立的预测模型,设总观察单位为 n , t 时刻的已感染者个数为 $I(t)$,易感者个数为 $S(t)$,即在 t 时刻未被传染的株数,则恒有的关系为:

$$S(t) = n - I(t),$$

每一个已经发病的病株对其周围的健株有一定的传染力,每个已经发病的病株在单位时间内传染的调查总株数与尚未被传染的株数成正比,设比例系数为 a ,即传染系数,因而在 t 时刻单位时间内被所有已感染者传染的单位数(即新发病者)为 $aI(t)(n - I(t))$ 。

用 $I(t+1)$ 代表 $t+1$ 时刻的已感病的株数,假设观察病害的间隔时间为每 m 天观察 1 次,那么建立单位时间为 m 天的差分方程:

$$I(t+1) - I(t) = aI(t)(n - I(t)), \text{ 即 } I(t+1) = aI(t)(n - I(t)) + I(t),$$

考虑到每个病害数据的观察次数较少,在具体的建模过程中,剔除随机项的影响,使用如下模型:

$$I(t+1) = aI(t)(n - I(t)) + bI(t) + c,$$

该公式是一个带有二次项、一次项和常数项的自回归曲线模型,反映一个时间序列中下一期黄瓜霜霉病发病株数与该期发病株数和未发病株数的自回归关系。建立模型所使用的数据是从出现第一个发病数据开始,至发病率达到 100%,剔除发病开始前发病数持续为 0 的数据及发病率达到 100%后发病数持续为观察总例数

第一作者简介:王正旭(1967-),男,讲师,硕士,主要从事园艺专业的教学和科研工作。

收稿日期:2007-09-26

的数据。即建立的模型只能模拟发病后的走势,不能预测黄瓜定植后何时开始发病。

2 模型拟合

用庆城县农业技术推广中心蔬菜基地 2001 年 4 月 14 日至 6 月 18 日一个温室采样点的黄瓜霜霉病时间序列进行建模,总观察株数为 100 株,黄瓜品种为“津研 4 号”,栽培和管理措施为节能日光温室常规管理。剔除前期发病率持续为 0 和后期发病率持续为 100% 的数据,原始资料及模型预测结果(见表 1)。

表 1 2001 年庆城县蔬菜基地节能日光温室
100 株黄瓜霜霉病时间序列

日期	时段	病株	预测值	95%置信限	残差
4/14	d0	2	—	—	—
4/19	d5	5	4.09±2.35	6.77~14.95	0.9093
4/24	d10	8	8.77±2.03	1.74~19.28	-0.7731
4/29	d15	11	13.35±1.79	3.08~23.62	-2.3463
5/4	d20	18	17.81±1.63	7.68~27.94	0.1897
5/9	d25	27	27.80±1.58	17.72~37.89	-0.8016
5/14	d30	42	39.77±1.86	29.43~50.12	2.2262
5/19	d35	63	57.54±2.27	46.77~68.31	5.4570
5/24	d40	74	77.83±2.06	67.29~88.37	-3.8329
5/29	d45	79	86.33±1.89	75.96~96.69	-7.3251
6/3	d50	94	89.70±1.99	79.23~100.10	4.3002

用 SAS 统计分析软件,采用一阶自回归建立模型求得:

$$a = 0.0061, b = 0.9965, c = 0.9084,$$

拟合优度检验:残差平方和(SSE)即 $\sum(I - I')^2 = 133.1687$, $R^2 = 0.9897$, 校正 $R^2 = 0.9871$, 根均方误差(RMSE)为 4.0800。

如果采用二阶自回归,拟合优度检验: $SSE = 255.6568$, $R^2 = 0.9765$, 校正 $R^2 = 0.9198$, 根均方误差 $RMSE = 6.0434$ 。一阶自回归效果优于二阶自回归,因此采用一阶自回归结果。

黄瓜霜霉病的一阶自回归模型为:

$$I_{(t+1)} = 0.0061I_{(t)}(100 - I_{(t)}) + 0.9965I_{(t)} + 0.9084.$$

3 模型验证与预测

用庆城县农业技术推广中心蔬菜基地 2002 年 4 月 29 日~6 月 8 日的另外一座节能日光温室的黄瓜霜霉病时间序列对上述模型进行验证和预测,该数据的总观察株数为 100 株,黄瓜品种为“津研 4 号”,栽培和管理措施为节能日光温室常规管理。同样剔除前期发病率持续为 0 和后期发病率持续为 100% 的数据。根据上述建立的模型:

$$I_{(t+1)} = 0.0061I_{(t)}(100 - I_{(t)}) + 0.9965I_{(t)} + 0.9084,$$

模型中 $I_{(t)}$ 用实际观察值代入,可以算得预测值及其 95% 的可信限,预测值与观测值残差平方和为 435.9796(结果见表 2)。

表 2 2002 年庆城县蔬菜基地节能日光温室
100 株黄瓜霜霉病时间序列

日期	时段	病株	预测值	95%置信限
4/29	d0	7	—	—
5/4	d5	26	11.83±1.86	1.49~22.17
5/9	d10	43	38.49±1.82	28.19~48.80
5/14	d15	48	58.63±2.28	47.85~69.40
5/19	d20	67	63.89±2.30	53.08~74.60
5/24	d25	72	81.09±1.97	70.65~91.53
5/29	d30	87	84.89±1.89	74.52~95.26
6/3	d35	94	94.47±2.54	83.39~105.55
6/8	d40	100	98.00±3.40	85.76~110.25

4 讨论

4.1 通过查阅文献,黄瓜霜霉病的预测大多采用多元回归或直线回归^[7],也有采用人工神经网络方法的^[8],建立的模型预测效果不理想,而且这需要搜集温度、湿度等各种影响因素数据。该方法所提供模型在只有发病状况数据、没有气候条件数据的情况下可以进行较准确的预测,这给实际工作中数据搜集带来方便。

4.2 采用一阶自回归拟合优度高于二阶自回归,即一个霜霉病时间序列中,下一期的病情受该期病情的影响较大。另外,由于研究的数据量较少,即时间序列太短,影响了模型的稳定性,也造成预测值标准误差偏大,从而导致预测值的 95% 的可信区间较宽。如果采用每 3 d 观察 1 次病情,得到相对长一些的时间序列,预测效果会更好。

4.3 在模型的 3 个基本假设中没有把治愈移出者放入模型,因为现在找不到黄瓜霜霉病病株可以获得免疫力而自愈的证据,而且该研究所使用的模型是基于封闭模型的假设,疾病随时间的变化要比死亡随时间的变化显著。当出现施加农药时,模型的预测效果可能会受到影响,这时建立的模型就要考虑时滞因素、种群变化因素。

参考文献

- [1] 王虎. 黄瓜霜霉病的发生及防治[J]. 河北农业科技, 2005(12): 16-17.
- [2] 陆正一, 周义仓. 数学生物学进展[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [3] 徐克学. 生物数学[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [4] 张娟, 马知恩. 各仓室均有常数输入的 SEI 流行病模型的全局分析[J]. 西安交通大学学报, 2003(6): 33-36.
- [5] 姜洁, 马知恩. 一类有被动免疫的流行病模型研究[J]. 数学物理学报, 2003(2): 18-21.
- [6] 华来庆, 申广荣. ARIMA 模型在黄瓜霜霉病疾病指数时间序列建模中的应用研究[J]. 第二军医大学学报, 2006(7): 30-32.
- [7] 华来庆, 申广荣. 自回归模型在黄瓜霜霉病预测中的应用[J]. 第二军医大学学报, 2005(6): 15-18.
- [8] 熊雪梅, 姬长英. 遗传神经网络在温室黄瓜霜霉病预测中的应用[J]. 农业机械学报, 2002(4): 10-13.