

# 长白落叶松苗木生长的数学模型拟合分析

徐庆华, 刘 勇, 马履一

(北京林业大学 资源与环境学院 省部共建森林培育与保护教育部重点实验室, 北京 100083)

**摘 要:**长白落叶松苗木的苗高和地径生长呈典型的 logistic 数学模型曲线; 苗高和地径的生长之间呈指数相关; 苗高生长量与生长期间大于 10℃ 的日均温度呈线性相关; 而且各个模型的相关系数都达到了显著水平; 苗高和地径的生长速度变化与生长期间的日平均温度变化趋势较为一致。

**关键词:**长白落叶松; 苗木生长; 回归模型

**中图分类号:**S 791.22 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-0009(2009)07-0034-04

长白落叶松 (*Larix oligensis changbaiensis*) 为松科落叶松属。自然分布在我国东北松花江以南到辽宁, 为长白山林区主要树种, 多生于海拔 500~800 m, 年降水量 750~1 000 mm 的地区, 在 500 m 以下山区谷地中的水甸子形成纯林<sup>[1]</sup>。长白落叶松具有适应性广、生长迅速、材质优良或较优良, 对土壤的肥沃度要求不严等特性<sup>[1]</sup>, 据相关资料记载长白落叶松在落叶松属 20 多个品种中人工林生长量最高<sup>[6]</sup>, 因此长白落叶松是目前东北地区主要速生丰产林造林树种之一, 所以近年来东北地区苗圃育苗规模和数量逐年增加。长白落叶松成品苗通常培育 2 a 出圃, 虽然对长白落叶松苗木的培育技术方面的研究者已经不少, 但对其生长规律等方面的准确描述不是很多, 现在已经有许多研究者在其它树种苗木上建立起了生长规律模型, 如王桂珍等在落羽杉播种苗<sup>[3]</sup>、张香凝等在 *Larrea tridentate* 幼苗<sup>[4]</sup>、李长海等在辽宁桧柏生长节律<sup>[9]</sup>等, 但在长白落叶松苗木生长过程中还没有进行明确的数学生长模型及生长期日期准确的划分。为了深入研究长白落叶松苗木培育的科学技术和方法, 试验对长白落叶松苗木生长过程进行定期测量和观察, 运用数学的方法, 建立起长白落叶松苗木生长的数学回归模型并对其生长期进行准确划分, 找出了长白落叶松苗木的生长规律, 为更好的研究长白落叶松苗木培育技术提供科学的理论支持和依据。该试验地设置在吉林省东部山区, 属于长白落叶松的自然分布区

以内, 因此对于长白落叶松苗木的生产培育和研究具有积极的促进作用。

## 1 试验地概况

试验地位于吉林省吉林市龙潭区江密峰苗圃, 苗圃地理位置为 126°57'E、43°87'N, 属温带大陆性季风气候, 春季干燥多风, 夏季温暖多雨, 秋季晴冷温差大, 冬季漫长干寒, 1 月均温一般 -20~-14℃, 7 月大部分在 20~23℃, 日均温 10℃ 以上年活动积温 2 400~3 000℃, 年降水量 500~700 mm。试验地处于长白山山脉西侧余脉地区, 试验地土壤为暗棕壤, 土壤容重 1.24, 土壤养分平均含量为: 有机质 23.94 g/kg, 全氮 1.35 g/kg, 碱解氮 106.56 mg/kg, 速效磷 21.59 mg/kg, 速效钾 159.95 mg/kg。

## 2 材料和方法

试验苗木品种为 *Larix oligensis changbaiensis*, 种子来源于吉林市种子站。冬前将种子雪藏于地窖, 次年 4 月中旬取出雪藏种子, 待混杂冰雪融化后用 0.5% 的高锰酸钾溶液浸泡种子 5 min 左右, 将种子清洗干净, 在 4 月底开始播种, 苗床高 20 cm、宽 1.2 m, 对苗床地按照每 667 m<sup>2</sup> 加 30 kg 二铵, 炒熟黍子 30 kg、甲拌磷 10 kg、FeSO<sub>4</sub> 粉末 30 kg 混合施入土壤, 按照 1.5 kg/667 m<sup>2</sup> 的种子量进行撒播, 播种后机械覆盖煤灰。2 a 生移植苗栽植时间与播种同时进行, 土壤处理、苗床设置与播种苗相同, 栽植株行距 5 cm×10 cm。播种、栽植后进行常规水肥管理。播种苗喷施水分开始 1 d 喷 1 次, 每次 5~10 min, 6 月中旬以后 1 d 喷 1~2 次喷水, 以后随气温升高逐渐增加至 2~3 次; 移植苗栽植后 1 次喷水浇透苗床, 以后天气较干旱时再进行补水 1 次, 其它时间不用浇水, 一直到雨季来临。雨季要做好排水工作, 防止水淹现象。试验时间从 2007 年 4 月开始, 至 2008 年 10 月结束。

播种苗出苗后在试验地内随机选取 50 株播种苗和 50 株 2 a 生苗作为生长指标的固定测量样株, 每隔 7 d

**第一作者简介:**徐庆华(1969-), 男, 在读博士, 现主要从事苗木节水节肥培育技术的研究工作。E-mail: xqh0719@126.com。

**通讯作者:**刘勇(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 现主要研究方向为森林培育技术与理论。E-mail: lyong@bjfu.edu.cn。

**基金项目:**国家“十一五”科技支撑计划资助项目(2006BAD24 B01)。

收稿日期: 2009-02-10

测量 1 次样株的苗高和地径, 利用便携式自动气象仪 (HOBO-美国产) 测量生长期日温度变化, 至生长季节结束时对记录结果进行数据分析。

对苗木生长测量取得的数据采用 Excel 和 Spss 统计软件分析方法, 应用数学方程回归曲线对测量数据进行模型拟合, 应用的数学回归曲线方程如表 1。

表 1 数学回归方程曲线表达式及相关系数

Table 1	Growth rhythm equation and correlation	
回归方程曲线 Curve of equation	方程表达式 Equation	相关系数 $P( r  > r_{0.01}) = \alpha$ Coefficient of correlation $P( r  > r_{0.01}) = \alpha$
Logistic 曲线 Curve of logistic	$y = K / (1 + e^{-bx})$	极显著 $ r  > r_{0.01}$ , 显著 $ r  > r_{0.05}$ , 不显著 $ r  < r_{0.05}$
指数曲线 Curve of exponent	$y = ae^{bx}$	同上
对数曲线 Curve of logarithm	$y = b \ln(x) + a$	同上
线性回归 Curve of linearity	$y = a + bx$	同上
幂函数曲线 Curve of power	$y = ax^b$	同上
多项式曲线 Multinomial curve	$y = ax^2 + bx + c$	同上

### 3 结果与分析

3.1 苗高生长速度变化与生长期日均温度变化关系  
通过对苗木苗高生长速度与生长期日均气温变化进行数据分析统计, 建立起变化比较图 1。

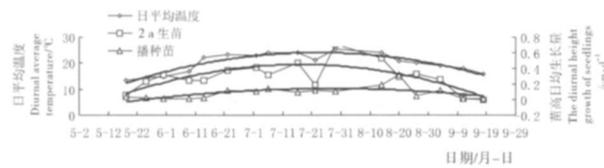


图 1 苗高生长速度与生长期日均气温的变化曲线

Fig. 1 The effect of diurnal average temperature on height growth of seedlings

通过图 1 发现, 苗高的生长速度变化与日均气温的变化较为一致, 从 5 月底日均温度逐渐升高, 苗高生长速度逐渐加快, 在 7 月底 8 月初日均温度达到最高值时, 苗高生长速度也达到最大值, 随着 9 月底日均温度逐渐降低, 苗高生长速度也表现为下降趋势。根据测量统计的苗木日均生长量 (cm/d) 与生长期日均温度 (°C) 的变化数据分析得出两者呈线性相关, 在日均温度实际可能的数据变化范围内, 播种苗与 2a 生苗的日均生长量 (y) 与日均温度 (x) 的回归数学方程分别为: 播种苗苗高日生长量 (y) 与日均温度 (x) 回归方程式:

$$y = 0.0115x - 0.146$$

$$r = 0.7863 > r_{0.01}(16) = 0.5897 \quad (1);$$

2a 生苗苗高日生长量 (y) 与日均温度 (x) 回归方程式:

$$y = 0.0327x - 0.3823,$$

$$r = 0.6635 > r_{0.01}(16) = 0.5897 \quad (2).$$

由 (1) 式可以得出: 当  $x = 12.70(°C)$  时,  $y = 0$ ; 即当日均温度降到  $12.70°C$  以下时, 播种苗开始停止高生长, 当然日均高生长量 (y) 不可能为负值, 讨论  $y < 0$  时无意义。由 (2) 式可以得出: 当  $x = 11.69(°C)$  时,  $y = 0$ ; 即当日均温度降到  $11.69°C$  以下时, 2a 生苗开始停止高

生长。

3.2 长白落叶松苗高和地径生长过程的回归模型拟合  
许多研究<sup>8-9</sup>表明: 苗木年生长规律符合 logistic 典型的 'S' 型生长曲线, 根据长白落叶松苗的高和地径生长测量记录, 以 5 月 18 日为生长测量记录第 1 天, 这与刁春香等观测的 4 月底播种 5 月 20 日左右开始高生长基本一致<sup>3</sup>, 苗高和地径的生长过程选用 logistic 方程描述<sup>5</sup>。

3.2.1 1a 生苗高与地径生长过程的回归模型拟合分析  
根据播种苗苗高和地径定期测量数据统计表, 通过三点差点法<sup>7-9</sup>求得: 苗高  $K = 15.91$ ; 地径  $K' = 3.38$ , (1) 式经过线性化利用最小二乘法解得苗高 (y) 与时间 (x) 的曲线系数  $a = 4.0322$ ,  $b = 0.0397$ ,  $r = 0.9917^{**} \gg r_{0.01}(15) = 0.6055$ 。拟合的播种苗苗高生长曲线方程为:

$$y = 15.91 / (1 + e^{4.0322 - 0.0397x}) \quad (3),$$

利用同样的方法解得地径 (y) 与时间 (x) 的曲线系数:

$$a' = 2.1056, b' = 0.021,$$

$$r' = 0.9758^{**} \gg r_{0.01}(15) = 0.6055.$$

拟合的播种苗地径生长 logistic 曲线方程为:

$$y = 3.38 / (1 + e^{2.1056 - 0.021x}) \quad (4).$$

播种苗苗高和地径的生长曲线如图 2。根据张纪林<sup>8</sup>的推导, 苗高生长速生点时间为:  $T = a/b = 102(d)$  即 8 月 8 日; 地径生长速生点时间为:  $T' = a'/b' = 101(d)$  即 8 月 7 日; 通过计算得出的地径速生时间与苗高速生的时间极为一致。根据苗高回归方程系数可以计算出苗高的生长节律如下, 苗高速生期起止时间为:  $T_1 = (a - 1.317)/b = 69(d)$  即 7 月 7 日,  $T_2 = (a + 1.317)/b = 138(d)$  即

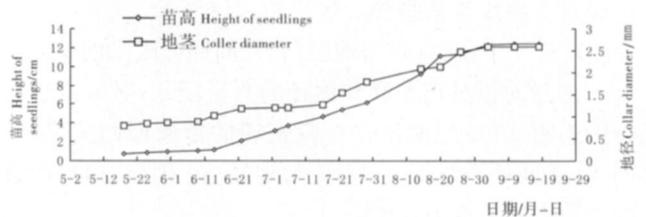


图 2 播种苗苗高和地茎的生长曲线

Fig. 2 Curve of height and collar diameter of seedlings

9月13日, 苗高速生期时间为  $X_{\Delta} = X_1 - X_2 = 138 - 69 = 69(d)$ , 这与刘永昌等观测的兴安落叶松幼苗速生期时间 70~75 d<sup>[10]</sup> 基本一致。根据实际观测, 长白落叶松播

种苗出苗整齐时间需要 30 d 左右, 大约在 6 月初出苗期结束, 结合以上计算将长白落叶松播种苗的全年生长期划分如表 2。

表 2 长白落叶松播种苗苗高生长时期的划分

Table 2 Dividing of stages at different growth stages

生长期 Growing period	日期 Interval date/月-日	时间 Growing day/s/d	生长量 Increment/cm	占总生长量的比率 Ratio of growth/%
出苗期 Stages of bud growth	4-28~6-02	35	1.06	7.24
幼苗期 Stages of seedling growth	6-03~7-07	34	2.37	16.21
速生期 Stages of rapid growth	7-08~9-13	69	9.15	62.54
苗木硬化期 Stages of last growth	9-14~10-16	28	2.05	14.01

### 3.2.2 2 a 生苗高与地径生长过程的回归模型拟合分析

2 a 生苗高与地径不同时间的测量结果如图 3。与播种苗的苗高与地径生长回归模型的建立方法相同, 解得 2 a 生苗高和地径生长的回归方程及系数如下: 2 a 生苗高的极限值  $K = 67.11$ ,  $a = 1.7296$ ,  $b = 0.0209$ 。2 a 生苗高( $y$ )与生长时间( $x$ )的回归方程为:

$$y = 67.11/1 + e^{1.7296 - 0.0209x} \quad (5),$$

$$r = 0.9919^{**} > > r_{0.01}(16) = 0.5897.$$

2 a 生地径的极限值  $K = 8.84$ ,  $a' = 1.5943$ ,  $b' = 0.0171$ 。2 a 生地径( $y$ )与生长时间( $x$ )的回归方程为:

$$y = 8.84/1 + e^{1.5943 - 0.0171x} \quad (6),$$

$$r' = 0.9892^{**} > > r_{0.01}(16) = 0.5897.$$

苗高生长速生点时间为:  $T = a/b = 83(d)$  即 7 月 21 日; 地径生长速生点时间为:  $T' = a'/b' = 93(d)$  即 8 月 2 日。由此说明地茎速生点要比苗高速生点较晚些。

苗高生长起止时间为:

$$T_1 = (a - 1.317)/b = 20(d) \text{ 即 } 5 \text{ 月 } 19 \text{ 日}; T_2 = (a + 1.317)/b = 146(d) \text{ 即 } 9 \text{ 月 } 21 \text{ 日}.$$

地径生长起止时间为:

$$T_1' = (a' - 1.317)/b' = 17(d) \text{ 即 } 5 \text{ 月 } 16 \text{ 日}; T_2' = (a' + 1.317)/b' = 170(d) \text{ 即 } 10 \text{ 月 } 16 \text{ 日}.$$

说明地茎生长期与苗高相比更长些, 生长结束时间要比苗高时间较晚些, 这与实际观测基本相吻合。长白落叶松苗木高生长和地径生长曲线都呈现典型的 Logistic 曲线变化, 而且相关系数较高, 说明曲线与回归方程拟合的较好。

结合以上计算及苗木生长与日均温度的关系将长白落叶松 2 a 生苗的全年生长期划分如表 3。

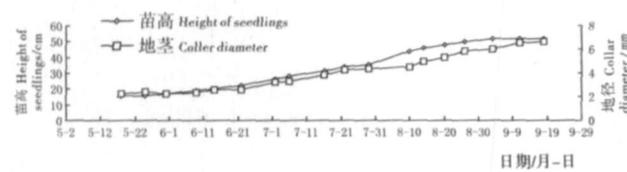


图 3 2a 生苗高和地茎的生长曲线

Fig.3 Curve of height and collar diameter of seedlings

表 3 长白落叶 2 a 生苗的生长时期划分

Table 3 Dividing of stages at different growth stages

生长期 Growing period	日期 Interval date/月-日	时间 Growing day/s/d	生长量 Increment/cm	占总生长量的比率 Ratio of growth/%
生长初期 Stages of initial growth	5-16~7-21	66	17.63	40.07
速生期 Stages of rapid growth	7-22~9-21	61	20.31	46.16
苗木硬化期 Stages of last growth	9-22~10-16	24	6.06	13.77

### 3.3 长白落叶松苗木苗高与地径的回归模型拟合

苗高和地径是反映生长的重要指标, 地径与地上部分之间具有极显著的相关关系<sup>[4]</sup>, 经过对苗木苗高与地径的生长观测记录, 整理出分别的苗高( $x$ )与地径( $y$ )生长对应曲线图, 将曲线进行数学模型拟合发现, 苗高与地径对应曲线符合指数曲线回归。

#### 3.3.1 1 a 生苗高( $x$ )与地径( $y$ )之间回归模型的建立

通过对播种苗苗高和地径的测量记录, 对数据进行分析表明: 苗高与地径存在较密切的指数回归关系, 如图 4。通过对播种苗苗高( $x$ )与地径( $y$ )拟合, 得出两者的指数回归方程为:

$$y = 0.7783e^{0.0874x} \quad (7),$$

$r = 0.9815^{**} > > r_{0.01}(13) = 0.6411$ 。由图 4 和回归相关

程度得出: 播种苗苗高与地径之间存在密切的指数回归关系, 地径的生长随着苗高的增加呈指数性变化。

3.3.2 2 a 生苗高与地径之间回归模型的建立 与播种苗苗高和地径关系相似, 2 a 生苗高和地径也存在较为密切的指数回归关系, 如图 5。对 2 a 生苗高( $x$ )与地径( $y$ )进行拟合的指数回归方程为:

$$y = 1.5152e^{0.0274x} \quad (8),$$

$$r = 0.9857^{**} > > r_{0.01}(16) = 0.5897.$$

由图 4.5 可以看出, 尽管苗木的苗高和地径呈现指数性相关, 但苗木在不同的苗龄期内苗高与地径的指数回归系数不同, 即地径随着苗高的变化在不同的苗龄期表现出不同的变化趋势。长白落叶松苗木的苗高与地径之间都呈现出指数回归关系, 通过相关系数表明苗高

与地径存在极显著的相关,这也说明用指数方程来拟合苗高和地径的回归关系是可行的。

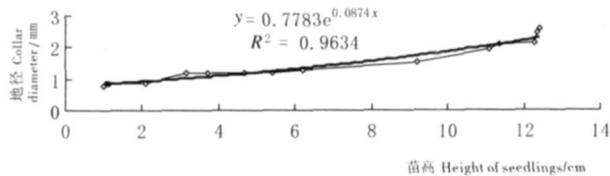


图4 播种苗地茎与苗高的回归关系曲线

Fig. 4 Curve of height and collar diameter of seedlings

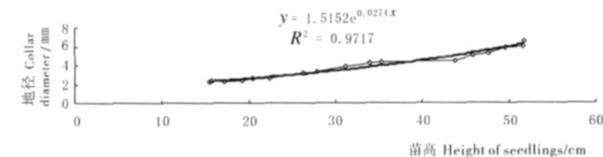


图5 2 a 生地径与苗高的回归关系曲线

Fig. 5 Curve of height and collar diameter of seedlings

#### 4 结论与讨论

在吉林地区长白落叶松播种苗速生点时间在8月8日左右,速生期69 d,速生期生长量占总生长量的62.54%。播种苗各个生长期划分为4个阶段:出苗期从4月底播种到6月2日;幼苗期从6月3日至7月7日;速生期从7月8日至9月13日;苗木硬化期从9月14日一直到10月中旬生长结束。2 a 生苗全年生长季节划分为3个阶段:生长初期(5月16至7月21日)、速生期(7月22至9月21日)、苗木硬化期(9月22至10月16日),其中速生期生长量占全年生长量的46.16%。

长白落叶松苗木高生长和地径生长的曲线都呈现典型的 Logistic 曲线变化;苗高与地径之间呈指数性相关,苗高与地径生长分别与大于 10℃的日均温度具有一致的变化趋势,苗高与大于 10℃日均温度呈线性回归。

通过对长白落叶松苗木生长特性的研究,把苗高和地径生长进行了数学曲线回归和模型拟合并对各个苗龄的生长期进行了准确的划分,这就为苗木的培育生产管理提供了时间依据。在实际苗木培育过程中,要提高苗木的质量,必须在掌握苗木高、径、根系生长规律的基础上,在不同的生长期内合理地进行水、肥、气、热等因素的调节。在播种苗的出苗期和幼苗期,对苗木生长起主要作用的是水分和热量条件;在苗木的速生期,对生长起主要作用的因素是肥料和水分;在生长后期苗木主要是完成新生长组织的硬化和养分积累,此时水分、肥料和热量等条件对苗木生长越冬都不适宜。当然,要进一步提高苗木质量、进行科学的培育苗木,还需要进一步的试验和研究。

#### 参考文献

- [1] 郑万钧. 中国树木志[M]. 1卷. 北京: 中国林业出版社, 1982: 251-252.
- [2] 刁春香. 气象因子对长白落叶松苗木的影响[J]. 吉林林业科技, 1992(1): 56-58.
- [3] 王桂珍. 落羽杉1年生播种苗生长特性研究[J]. 西南林学院学报, 2007, 27(5): 5-8.
- [4] 张香凝, 孙向阳. *Larrea tridentata* 地径、根系及枝相关关系的研究[J]. 西北林学院学报, 2007, 22(4): 35-38.
- [5] 王振中. 逻辑斯蒂曲线 K 值的四点式平均值估算法[J]. 生态学报, 1987(3): 193-197.
- [6] 高景文. 长白落叶松速生丰产林引种栽培技术[J]. 内蒙古科技与经济, 2002(7): 71-74.
- [7] 北京林业大学. 数理统计学[M]. 北京: 中国林业出版社, 1999: 223-226.
- [8] 张纪林. 树木生长速增性的数学模型探讨[J]. 中国农业科学, 2001(2): 8-11.
- [9] 李长海. 桧柏新类型塔柏生长节律的研究[J]. 植物研究, 1999, 19(2): 227-231.
- [10] 刘永昌. 大棚培育兴安落叶松苗木发育时期的探讨[J]. 防护林科技, 2003(2): 68-69.
- [11] 周峯. 中国落叶松属木材[M]. 北京: 中国林业出版社, 2001: 156-158.

## Study on Growth Rhythm of *Larix olgensis* Changbaiensis Seedlings

XU Qing-hua, LIU Yong, MA Lv-yi

(College of Resources and Environment, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Growth rhythm of *Larix olgensis* changbaiensis seedlings were applied to study, the results were showed as the followings: firstly, height growth and collar diameter of seedlings were significantly logistic model; secondly, height and diameter growth were significantly exponential functional relation; thirdly, height was significantly linearity with diurnal average temperature, and every coefficient was significantly; the lastly, the growth velocity of height and diameter changed obviously by diurnal average temperature in growth season.

**Key words:** *Larix olgensis* changbaiensis; Seedlings growth rhythm; Correlation